

Полугодие	2
Предмет	Алгебра и начала математического анализа, геометрия
Класс	10

Тригонометрия

Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента

$$\begin{array}{llll}
 1) \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 & 6) \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 & 4) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} & 5) \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\
 2) \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} & 3) \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} & &
 \end{array}$$

Формулы сложения.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы понижения степени

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Геометрия

- **Теорема о трёх перпендикулярах:** Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.
- **Угол между прямой и плоскостью,** пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется углом между прямой и её проекцией на плоскость.
- **Двугранным углом** называется фигура, образованная прямой а и двумя полуплоскостями с общей границей а, не принадлежащими одной плоскости.
- **Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными,** если угол между ними равен 90° .
- **Признак перпендикулярности двух плоскостей:** Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.
- **Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда** равен сумме квадратов его трёх измерений.
- **Площадь боковой поверхности призмы** равна произведению периметра основания на высоту призмы.
- **Площадь боковой поверхности правильной пирамиды** равна половине произведения периметра основания на апофему.
- **Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды** равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему.

Тригонометрия

1. Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 6) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \quad 4) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 5) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 3) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

2. Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

3. Формулы понижения степени

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

4. Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

5. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

УРАВНЕНИЕ	ФОРМУЛА	ФОРМУЛЫ ДЛЯ а И -а
$\sin x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$	$\arcsin(-a) = -\arcsin a$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$ $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$ $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$
	$x = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$	
$\cos x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$	
$\operatorname{tg} x = a, a\text{-любое}$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	
$\operatorname{ctg} x = a, a\text{-любое}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	

6. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ УРАВНЕНИЙ

$\sin x = -1$	$\sin x = 1$	$\sin x = 0$	$\operatorname{tg} x = 0$
$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\operatorname{ctg} x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
---	--	---	---

7. Производные		8. Уравнение касательной	
Таблица производных.		<p>Пусть функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0. Прямая, определяемая уравнением</p> <div>$y_{\text{кас}} = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$</div> <p>называется <u>касательной</u> к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0.</p> <div>$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \kappa_{\text{кас}}$</div>	
1. $C' = 0$;	6. $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$;		
2. $x' = 1$;	7. $(\sin x)' = \cos x$;		
3. $(Cu)' = C \cdot u'$;	8. $(\cos x)' = -\sin x$;		
4. $(x^n)' = nx^{n-1}$;	9. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$;		
5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;	10. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.		
Правила дифференцирования.			
I. $(u + v)' = u' + v'$;			
II. $(uv)' = u'v + uv'$;			
III. $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$;			
IV. $(\frac{1}{v})' = -\frac{v'}{v^2}$.			

Геометрия

9. Вектором называется направленный отрезок.

10. Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

11. Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и равны по длине.

12. Для любых векторов \vec{a} и \vec{b} и чисел k и l справедливы следующие законы:

- Сочетательный: $(kl) \vec{a} \equiv k(l \vec{a})$
- Первый распределительный: $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
- Второй распределительный: $(k+l) \vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$

13. Три вектора называются **компланарными**, если при отложении их от одной точки лежат в одной плоскости.

14. Теорема: Любой вектор \vec{d} можно разложить по трём данным не компланарным векторам \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , причём коэффициенты разложения x , y и z определяются единственным образом:

$$\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$$

Источник: Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений М.: Мнемозина, 2007, Геометрия. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцева и др. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровень. М.: Просвещение. 2010