

**Образовательный
минимум**

Полугодие	2
Предмет	Алгебра и начала математического анализа, геометрия
Класс	10

Тригонометрия

Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента

$$1) \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 6) \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \quad 4) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 5) \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$2) \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 3) \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Формулы сложения.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы понижения степени

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Геометрия

- **Теорема о трёх перпендикулярах:** Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.
- **Угол между прямой и плоскостью,** пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость.
- **Двугранным углом** называется фигура, образованная прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a , не принадлежащими одной плоскости.
- **Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными,** если угол между ними равен 90° .
- **Признак перпендикулярности двух плоскостей:** Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.
- **Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда** равен сумме квадратов его трёх измерений.
- **Площадь боковой поверхности призмы** равна произведению периметра основания на высоту призмы.
- **Площадь боковой поверхности правильной пирамиды** равна половине произведения периметра основания на апофему.
- **Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды** равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему.

Тригонометрия

1. Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 6) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \quad 4) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 5) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 3) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

2. Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

3. Формулы понижения степени

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

5. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

УРАВНЕНИЕ	ФОРМУЛА	ФОРМУЛЫ ДЛЯ а И -а
$\sin x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$ $x = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$	$\arcsin(-a) = -\arcsin a$
$\cos x = a,$ $-1 \leq a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$
$\operatorname{tg} x = a, a \text{-любое}$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$
$\operatorname{ctg} x = a, a \text{-любое}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$

6. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ УРАВНЕНИЙ

$\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\operatorname{tg} x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
--	--	---	--

$\cos x = -1$	$\cos x = 1$	$\cos x = 0$	$\operatorname{ctg} x = 0$
$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

7. Производные

Таблица производных.

1. $C' = 0;$	6. $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2};$
2. $x' = 1;$	7. $(\sin x)' = \cos x;$
3. $(Cu)' = C \cdot u';$	8. $(\cos x)' = -\sin x;$
4. $(x^n)' = nx^{n-1};$	9. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$
5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}};$	10. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$

Правила дифференцирования.

I. $(u + v)' = u' + v';$
II. $(uv)' = u'v + uv';$
III. $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2};$
IV. $(\frac{1}{v})' = -\frac{v'}{v^2}.$

8. Уравнение касательной

Пусть функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0 . Прямая, определяемая уравнением

$$y_{\text{kac}} = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

называется касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \kappa_{\text{kac}}$$

Геометрия

9. Вектором называется направленный отрезок.

10. Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

11. Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и равны по длине.

12. Для любых векторов $a \vec{}$ и $b \vec{}$ и чисел k и l справедливы следующие законы:

- Сочетательный: $(kl)a \vec{=} k(la \vec{})$
- Первый распределительный: $k(a \vec{+} b \vec{)} = ka \vec{+} kb \vec{}$
- Второй распределительный: $(k+l)a \vec{=} ka \vec{+} la \vec{}$

13. Три вектора называются **компланарными**, если при отложении их от одной точки лежат в одной плоскости.

14. Теорема: Любой вектор $d \vec{}$ можно разложить по трём данным не компланарным векторам $a \vec{}$, $b \vec{}$ и $c \vec{}$, причём коэффициенты разложения x , y и z определяются единственным образом:

$$d \vec{=} xa \vec{+} yb \vec{+} zc \vec{}$$

Источник: Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений М.: Мнемозина ,2007, Геометрия .Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцева и др. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровень. М.: Просвещение. 2010